4Д **ПРИПРЕМА ЗА ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК**

Задаци:

СВИ ТИПОВИ ЗАДАТАКА СА ПРВОГ КОНТРОЛНОГ ЗАДАТКА

V ТИП:

1. Дата је функција $f\colon \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \to B$, $f(2x-1) = 4x^2 - 2x + 1$. Наћи:

а) Наћи $f(x)$;
б) Одредити скуп B тако да f буде бијекција;
в) Наћи аналитички израз за функцију $f^{-1}\colon B \to \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$.

Решење: $f(x) = x^2 + x + 1$, $B = \left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$, $f^{-1}(x) = \frac{-1-\sqrt{4x-3}}{2}$.

2. Дата је функција $f\colon \left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \to B$, $f(3x+1) = 9x^2 + 3x + 1$. Наћи:

а) Наћи $f(x)$;
б) Одредити скуп B тако да f буде бијекција;
в) Наћи аналитички израз за функцију $f^{-1}\colon B \to \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$.

Решење: $f(x) = x^2 - x + 1$, $B = \left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$, $f^{-1}(x) = \frac{1-\sqrt{4x-3}}{2}$.

VI ТИП:

1. Дате су функције $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{2}{5}$ и $g(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{2}$. Решити једначину $(g^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(x)$.

Решење: $f^{-1}(x) = \frac{12-15x}{10}$, $g^{-1}(x) = \frac{-8-12x}{3}$, $x = -\frac{584}{525}$.

2. Дате су функције $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}$ и $g(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}$. Решити једначину $(f^{-1} \circ g)(x) = g^{-1}(x)$.

Решење: $f^{-1}(x) = \frac{-20x+8}{15}$, $g^{-1}(x) = \frac{-6x-21}{4}$, $x = \frac{766}{295}$.

VII ТИП:

1. Одредити следеће граничне вредности:

а)
1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$; $\quad \frac{1}{2}$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-1}$; $\quad 2$
3. $\lim\limits_{x\to a} \frac{x^2-a^2}{\sqrt{x-1}-\sqrt{a-1}}$ $\quad (a > 1)$; $\quad 4a\sqrt{a-1}$
4. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-3x}}{x}$; $\quad \frac{3\sqrt{2}}{2}$
5. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{2x+2}}{x^3-27}$; $\quad -\frac{\sqrt{2}}{216}$

б)
1. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-2x-3}$; $\quad \frac{1}{4}$
2. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{2x^2-5x+3}$; $\quad$ -3
3. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{3x^4-4x^3+1}{(x-1)^2}$; $\quad 6$
4. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^3-4x}{x^4-2x^3+3x-6}$; $\quad \frac{8}{11}$
5. $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-4}$; $\quad -\frac{3}{4}$