

I ТИП --- Испитивање тока и скицирање графика квадратне функције

II ТИП --- Логаритамска неједначина

III ТИП --- Област дефинисаности функције

IV ТИП --- Област дефинисаности функције

V ТИП --- Сложена функција

1. Нека је $f\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) = x - 2, x \neq -2$. Одредити $f(x)$.

Решење: $f(x) = \frac{4x-3}{2-x}$

2. Нека је $f\left(\frac{3-x}{2x+5}\right) = 1 - \frac{2}{x}$. Одредити $f(x)$.

Решење: $f(x) = \frac{1-9x}{3-5x}$

3. Ако је $F\left(\frac{x+2}{2x-1}\right) = \frac{x-3}{4x+1}$, одредити $F\left(\frac{x}{x+1}\right)$.

Решење: $F(x) = \frac{5-5x}{6x+7}$ $F\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{5}{13x+7}$

4. Ако је $F\left(\frac{x-2}{2x+1}\right) = \frac{x-3}{4x+1}$, одредити $F\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

Решење: $F(x) = \frac{7x-1}{2x+9}$ $F\left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{6x+1}{11x-9}$

5. Формирати функцију $f \circ g$ ако је:

а) $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = \sin x$;

б) $f(x) = \log_2 x, g(x) = 2x - x^2 - 6$;

в) $f(x) = x^2, g(x) = \sqrt{x-1}$.

Решење: а) $(f \circ g)(x) = \sqrt{\sin x}$, б) $(f \circ g)(x) = \log_2(2x - x^2 - 6)$, в) $(f \circ g)(x) = x - 1$.

VI ТИП --- Инверзна функција

1. Дана је функција $f: (-\infty, -\frac{1}{2}] \rightarrow B, f(2x-1) = 4x^2 - 2x + 1$. Наћи:

а) Наћи $f(x)$;

б) Одредити скуп B тако да f буде бијекција;

в) Наћи аналитички израз за функцију $f^{-1}: B \rightarrow (-\infty, -\frac{1}{2}]$.

Решење: $f(x) = x^2 + x + 1, B = [\frac{3}{4}, +\infty), f^{-1}(x) = \frac{-1-\sqrt{4x-3}}{2}$.

2. Дана је функција $f: (-\infty, \frac{1}{2}] \rightarrow B, f(3x+1) = 9x^2 + 3x + 1$. Наћи:

а) Наћи $f(x)$;

б) Одредити скуп B тако да f буде бијекција;

в) Наћи аналитички израз за функцију $f^{-1}: B \rightarrow (-\infty, \frac{1}{2}]$.

Решење: $f(x) = x^2 - x + 1, B = [\frac{3}{4}, +\infty), f^{-1}(x) = \frac{1-\sqrt{4x-3}}{2}$.

VII ТИП --- Кодомен функције

$\overline{Dom}f(x) = \overline{Dom}f^{-1}(x)$

1. Одредити кодомен функције $f(x) = \frac{2e^x-1}{e^{x+3}}$

Решење: $f^{-1}(x) = \ln \frac{3x+1}{2-x}, \overline{Dom}f(x) = (-\frac{1}{3}, 2)$.

2. Одредити кодомен функције $f(x) = \frac{-1-3e^{7x}}{e^{7x}-5}$

Решење: $f^{-1}(x) = \frac{1}{7} \ln \frac{5x-1}{x+3}$, $\overline{\text{Dom}}f(x) = (-\infty, -3) \cup (\frac{1}{5}, +\infty)$.

VIII ТИП --- Гранична вредност функције

1. Одредити следеће граничне вредности:

- a)
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}; \quad \frac{1}{2}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-1}; \quad 2$
 - $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2-a^2}{\sqrt{x-1}-\sqrt{a-1}} \quad (a > 1); \quad 4a\sqrt{a-1}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-3x}}{x}; \quad \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 - $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{2x+2}}{x^3-27}; \quad -\frac{\sqrt{2}}{216}$
- б)
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-2x-3}; \quad \frac{1}{4}$
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{2x^2-5x+3}; \quad -3$
 - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4-4x^3+1}{(x-1)^2}; \quad 6$
 - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-4x}{x^4-2x^3+3x-6}; \quad \frac{8}{11}$
 - $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-4}; \quad -\frac{3}{4}$